استعمال وسائل محسوسة
واستراتيجيّات في حلّ معادلات خطيّة

أسعد محاجنة

من الدارج أنّ استعمال تمثيل بواسطة وسائل محسوسة (موادّ يمكن لمسها) قد يساعد ويدعم فهم الرياضيّات ؛ فالمعلّم مُطالب بتزويد الطالب بتمثيل محسوس ، ممّا قد يساعد الطلاب في تجريد المصطلحات لتطوير ارتباط وعلاقة بين المادّة المستعملة والمصطلح الرياضيّ .

فمن المعتقد أنّ الطالب يتمكّن من بناء فهم ذهنيّ اشتقاقًا من التمثيل المحسوس . كلّما كانت المادّة المحسوسة مرتبطة ومتشابهة للمصطلح الرياضي ، يكون ذلك أجود (Rayne, Rathmell, 1975) ؛ فالعديد من التوجّهات في تدريس الرياضيّات تدّعي أنّ استعمال وسائل محسوسة يؤدّي إلى الفهم والإدراك الرياضيّ (Hieber, 1988) .

يدّعي البعض أنّ المرحلة المجرّدة في الرياضيّات تلو المرحلة باستعمال المواد المحسوسة (Bloomer, Carlson, 1993) . بجانب ذلك هنالك أبحاث في تدريس الرياضيّات ، تؤكّد أنّ الوسائل المحسوسة لا تتوصّل بالطالب إلى نتائج إيجابيّة (Sowell, 1989, Hart, 1989, Button, Lewis, 1993b) .

بناء المعرفة الجبريّة :

لا يكفي أنْ ننظر إلى الجبر بشكل سطحيّ ، كأنّه يحتوي فقط تبسيط صور أعداد أو

إيجاد قيم لمجاهيل أو مجرّد حلّ معادلات ، سواء كانت خطيّة أم تربيعيّة ، فهو أبعد وأعمق من ذلك ، حيث يتعلّق ذلك بعدّة عوامل وأفكار جوهريّة ؛ فمثلاً (Kieran, 92) تميّز بين الفهم التسلسليّ للجبر والفهم البنائيّ للجبر ؛ فالفهم التسلسليّ يعني تنفيذ عمليّات حسابيّة ، تنفّذ على أعداد لإيجاد أعداد أخرى مثل حلّ المعادلة :

$$3x+5=18$$

بينما الفهم البنائيّ يعني التعامل مع التعابير الجبريّة ، مثل تبسيط صور عدد . نتيجة لهذا التوزيع للجبر يبدو أنّ الجبر ينطلق من العمليّات الحسابيّة . لهذا تأثير على تعليم وتدريس الرياضيّات والاعتقاد العام أنّ الجبر يجب أنْ يبنى على ضوء المعرفة السابقة للطالب للعمليّات الحسابيّة ومن ثمّ إلى التجريد .

المصطلحات والقواعد المسبقة تضمّ الحساب وإشاراته ، عمليّاته وقوانينه . هناك معرفة ضروريّة أخرى لمصطلحات خاصّة ، تتعلّق بتعابير جبريّة ، مثل المتغيّر ، صور أعداد ، معادلات ، متطابقات .

تدلّ امتحانات تحصيليّة على تحصيل منخفض بالجبر ؛ فالطلاّب لم يفهموا المبنى الرياضيّ لمصطلحات ومهارات . هذا يظهر أكثر ، إذا ميّزنا بين التحصيل والفهم نتيجة لطريقة التعليم .

خاصّة بتطوّر معنى المتغيّر تصنّف الأخطار الجبريّة كالإجابات الجبريّة غير العاديّة ، والفهم الخاطئ للأحرف كمتغيّرات ، بينما يدّعي (Davis, 80) أنّ التعليم لا يقلّل من الفجوة بين الجبر والحساب .

التمثيل المحسوس والجبر :

كثير من التوجّهات الحاليّة تدعو إلى استعمال التمثيل المحسوس في الجبر . خير مثال

على ذلك المتغيّر ؛ فالمعرفة الجبريّة تصبح مجرّدة بشكل سريع ، واستعمال الوسائل المحسوسة يكون معقّدًا وارتجاليّا (Thompson, 88) ؛ فإذا نظرنا إلى المراحل المطلوبة لحلّ المعادلة $3x+2=14$ وحلّلناها ، نرى أنّ :

أ) على الطالب أن يدرك أنّ هذه الإشارات تمثّل معادلة ، تحتوي متغيّرًا كشيء مجهول وعمليّتين و «3 مرّات» (مع المتغيّر) و «زائد 2» .

ب) يجب على الطالب أنْ يقرّر ماذا يستعمل لطريقة استعمال المضادّ أو طريقة الموازنة ، ليتعامل مع إشارة المساواة ومعرفة للترتيب زائد 2 «3 مرّات» . (نتحدّث عن ذلك لاحقًا) .

ج) يجب أنْ تكون العمليّات صحيحة لإيجاد قيمة المتغيّر . لهذا يلزم الطالب أنْ يعرف معرفة تامّة وعميقة :

1. رموز أعداد ، متغيّرات .
2. حسابات أساسيّة .
3. قوانين حسابيّة لعمليّة واحدة ولعدّة عمليّات .
4. المعنى الرياضيّ للمساواة .
5. المعنى الرياضي ، قوانين العمليّات في المتغيّرات .

قد يبدو أنّ هذه المراحل معقّدة ، قد تؤدّي إلى عبء ذهنيّ ؛ فمن الممكن أنْ نفرض أنّ إضافة وسائل محسوسة قد يزيد المشكلة حدّة .

اعتبارات الدراسة :

تطرّقت أبحاث سابقة لاستعمال الوسائل المحسوسة ، لكنّها لم تتعمّق في تحليل التأمّل

في العبء الذي ينتج من جرّاء ذلك الاستعمال (Booth, 87, Thompson, 88) . في هذا البحث سنفحص مدى تأثير التعليم باستعمال وسائل محسوسة على تحصيل الطالب في حلّ معادلات خطّيّة .

هدف هذا البحث :

أ) تحليل فهم الطالب للمتغيّر والمعادلة .

ب) يوضّح استراتيجيّات الطالب في حلّ معادلة خطّيّة .

ج) نقاش النتائج من جرّاء استعمال الوسائل المحسوسة .

طريقة البحث :

اشترك في هذا البحث حوالي 70 طالبًا من المرحلة الإعداديّة – الصفّ الثامن .

مراحل البحث :

أجريت مقابلة وحديث مع الطلاّب قبل استعمال الوسائل المحسوسة وبعد استعمالها حول معنى المتغيّر ، تمثيل المتغيّر ، حلّ معادلة خطّيّة ، استعمال وسائل محسوسة ومرسومة .

لقد عُرِضَ أمام الطلاّب قطعة من البريستول ، مكتوب عليها $3x+5$ ، ثمّ سئل الطلاب : ماذا يعني المتغيّر بالتعبير السابق ؟ بعد ذلك عُرِضَت اللافتة السابقة مرّة أخرى وسئل الطلاّب عن استعمال موادّ لتمثيل المتغيّر . ومن ثمّ عرضت أمام الطلاّب لافتة ، كُتِبَ عليها $3x+2=14$ ، ثمّ طلب منهم أنْ يمثّلوا هذه المعادلة بواسطة الموادّ المحسوسة ويحلّوها . في المقابلة الثانية سئل الطلاّب ، إذا كانت هذه الموادّ قد ساعدت في حلّ المعادلات .

المواد المحسوسة :

لقد زوّد الطلاّب بالمواد (كؤوس بلاستيك) ، أزرار خضراء ، أزرار صفراء وطلب منهم استعمال هذه المواد . فيما يلي وصف تفصيليّ لهذه المواد وماذا تمثّل :

الوصف	الشرح	المادّة	الرسمة	الرمز
كأس أبيض	متغيّر (مجهول)			2x
كأس أصفر	متغيّر سالب (مجهول)			-3x
زر أخضر	وحدة واحدة			3
زر أصفر	وحدة سالبة			-4

التدريس :

لقد تعلّم الطلاّب قبل هذه الدراسة وحدة دراسيّة عن المتغيّرات كتعميم انطلاقًا من قوالب واستعمال وسائل محسوسة أخرى . المقصود بالقوالب هو على سبيل المثال : 2.1 ، 2.3 ، 2.4 ، 2. . خصّصت بعض الدروس لتعليم حلّ المعادلات الخطّيّة باستعمال وسائل محسوسة ، كما يظهر في جدول رقم (1) .

مراحل سير الدروس :

1) **كتابة تعابير جبريّة** : لديّ مجموعة من الأقلام . فقدت 1/3 منها . هذا يكتب كالآتي x/3 . بعد ذلك مثّلنا التعبير 3x+1 باستعمال موادّ محسوسة .

2) بعدها بشكل تخطيطيّ (أو رسم) . يُنظر الشكل ، رقم 1 .

شكل رقم 1 : تمثيل تخطيطيّ للتعبير 3x+1 [طلب من الطلاّب أنْ يقترحوا أمثلة إضافيّة لتمثيل الرسم]

حلّ معادلات بشكل محسوس :

وضعت عصًا على الطاولة ، لتفصل بين الطرف الأيمن والأيسر للمعادلة $2x+1=5$ وذلك كالآتي : لدينا كأسان وزر أخضر ، هذه وضعت في الطرف الأيسر ، ثمّ وضعت 5 أزرار خضراء في الطرف الأيمن .

شكل رقم 2 : تمثيل

تخطيطيّ للمعادلة $2x+1=5$ ، فنأخذ من كلّ طرف زرًا واحدًا ، لكي نحافظ على التوازن ، فيكون لدينا كأسان مقابل أربعة أزرار ، أي أنّ كلّ كأس يساوي زرّين .

حلّ معادلات بواسطة الرسم :

رسمت المعادلة الآنفة الذكر على اللوح ، كما هو مبيّن في الشكل رقم 2 ، وشطب من كلا الطرفين .

النتائج : فيما يلي نعرض معطيات حول معنى المتغيّر ، تمثيل المتغيّر بالتعبير $3x+2$ وتمثيل للمعادلة . كذلك نقوم بالمقارنة ما بين التعليم وبعد التعليم والاستراتيجيّات التي استعملت في البداية لحلّ المعادلة والموادّ التي استعملت لحلّ المعادلة $3x+2=17$.

معنى المتغيّر :

من خلال النتائج لوحظت نوعيّتان لمعنى المتغيّر :

1) **عدد أيّ كان** : سئل الطلاّب : ماذا يعني المتغيّر ؟ إجابات بعض الطلاّب كانت : إنّه يدلّ على عددٍ أيٍّ كان . كذلك يمكن استعماله في القوانين الرياضيّة .

2) **عدد غير معروف** : سئل الطلاّب : هل تعرف ، ماذا يعني x ؟ فأجاب قسم من الطلاّب : إنّها ترمز لعددغير معروف ، وبعضهم أجاب انّها تمثّل أشياء تستعمل

قبل الأزرار وغيره .

في الحديث مع الطلاّب قبل عمليّة التعليم اعتقد حوالي 35 طالبًا أنّ المتغيّر عدد أيٍّ كان ، 25 طالبًا اعتقدوا أنّه عدد مجهول ، 75 طالبًا اعتقدوا أنّه يمثّل شيئًا ما ، 5 طلاب لم يستطيعوا معرفة تمثيل ذلك . بعد أنْ تعلّموا بعض الدروس حدث تغيّر ، حيث أنّ 25 قالوا : إنّه يمثّل عددًا أيًا كان ، بينما قال 45 طالبًا : إنّه عدد غير معروف .

تمثيل المتغيّر : أظهر الطلاّب التمثيل التالي لـ 3x+2 :

تمثيل ناجح : التمثيلات التالية كانت ناجحة ، حيث أنّها استعملت لإيجاد حلول للمعادلة الخطّيّة .

* **كؤوس** : لقد قال طالب : إنّه لدينا كأسان ، في كلّ منها كميّة غير معروفة وزرّان . أمّا طالب آخر ، فإنّه قال : إنّه لدينا ثلاثة حمراء وزرّان أبيضان . بنود مجموعة أخرى ادّعت أنّه لدينا ثلاثة أزرار .

تمثيل غير ناجح : لقد وضعت مجموعة زرّين أزرقين في الحقيبة وثلاثة أزرار خارج الحقيبة ، ثمّ سئل الطالب : هل هذه 3x ؟ مشيراً إلى ثلاثة داخل الحقيبة زائد ثلاثة 0 (يشير إلى ثلاثة خارج) . كانت إجابة الطلاّب نعم . بهذا نرى أنّ الطالب يعطي تمثيلاً غير سليم .

فتحليل التمثيلات في هذا التعبير 3x+2 تدلّ على أنّ 25 طالبًا أعطوا تمثيلاً مقبولاً للمتغيّر . هذا العدد ازداد بعد مراحل التعلّم ، بينما أعطى قسم كبير جداً من الطلاّب تمثيلاً غير جيّد للمتغيّر .

في الحديث الذي جرى بعد التعليم استطاع قسم من الطلاّب استعماله ، كما تعلّموه ، وقسم ثانٍ استعملوا أزراراً مختلفة الألوان ، لكي يميّزوا بين الأعداد والمتغيّرات ، بينما

استعمل قسم آخر عناصر مختلطة .

هنالك قسم من الطلاّب استعملوا نفس العنصر ، ليمثّل العدد والمتغيّر ، لكن بعد التعليم رأينا أنّ هناك عدداً من الطلاب ، ليس بقليل ، أظهر تقدّماً في هذا المجال .

تمثيل المعادلة :

التمثيلات التالية كانت للمعادلة $3x+4=16$

تمثيل ناجح :

وضع الطلاّب ثلاثة أَكْؤُس خالية على الطاولة ، تمثّل $3x$ ، ثمّ أضافوا أربعة أزرار وقالوا : إنّها كلّها تساوي 16 زراً أصفر .

عناصر مختلفة :

قسم آخر من الطلاّب وضع مجموعة من 16 عصاً ، وأخذ مجموعة من 4 أزرار زرقاء ، ثمّ أضاف ثلاثة أزرار خضراء ، حيث تمثّل $3x$.

تمثيل غير ناجح :

التمثيلات التالية تؤدّي إلى إجابة غير صحيحة ؛ فبهذا ينظر إليها كأنّها غير ناجعة .

وضع قسم من الطلاّب ثلاثة أكؤس على الطاولة ، ثمّ وضعوا في كلّ منها أزراراً ، وبجانب هذه الأكؤس أربعة أزرار خضراء ، لكنّهم لم يضعوا 16 زراً ، لكي يكملوا المعادلة . نرى أنّ هذا التمثيل لا يؤدّي إلى حلّ مناسب للمعادلة الخطّيّة .

قبل التعليم لم يظهر أغلبيّة الطلاّب تمثيلاً صحيحاً للمعادلة ، بينما استعملت الأقليّة عناصر مختلطة . حوالي 20 طالباً منهم لم تكن عندهم فكرة لاستعمال ذلك ، 10 طلاّب أعطوا تمثيلاً غير كامل ، حيث أعطوا تمثيلاً فقط لطرف واحد ، بنما اعتبر قسم

آخر 3x كأنّها ثلاثة أزرار . بعد مراحل التعليم بقي حوالي 20 طالبًا غير متمكّنين من تمثيل المعادلة بشكل صحيح ، 10 بتمثيل جزئيّ ، إذا قارنّا ذلك بين ما قبل التعليم وبعده أظهر حوالي 20 طالبًا تقدّمًا ما .

استراتيجيّات أوليّة لحلّ المعادلة : $3x+4=16$

استراتيجيّات ناجحة :

لقد قال قسم من الطلاّب : نطرح أوّلاً 4 من 16 ، فنحصل على 12، ثمّ نقسم 12 على 3 ، فنحصل على 4 .

طريقة أخرى بواسطة التجربة ، حيث أجاب الطلاّب : 4 ؛ فطُرِحَ السؤال : لماذا ؟ فكانت الإجابة أنّهم جرّبوا 1 ثم 2 ثمّ 3 و 4 .

طريقة ثالثة بواسطة الرسم ، حيث شطبوا 4 أزرار من 16 زرّا وحصلوا على 12 . من هنا استنتجوا أنّ $x=4$.

استراتيجيّات غير ناجحة :

أجاب بعض الطلاّب أنّ $x=9$ ؛ فكان التحليل كالآتي : $3+4=7$ ؛ فكم نحتاج حتّى 16 ؟ فالجواب 9 . وهذا هو x ، بينما أجاب طلاّب آخرون : $3x+4=7x$. لهذا لم يتمكّنوا من إيجاد x ، إذ سيكون لديهم $7x=16$. عندها حوّلنا المعادلة إلى $3x+4=21$ ، حسب الطريقة الأخيرة $7x=21$ ، أي أنّ $x=3$ ، ثمّ قمنا بتحليل ذلك ، حيث وضعنا في الكأس ثلاثة ، في الأكؤس الثلاثة 9 وأربعة خارج الأكؤس ولم يكن مجموعها 21 .

لقد حلّوا 50 معادلة بطريقة ذهنيّة ، ومنهم بواسطة استراتيجيّة العكسيّة ، حيث

عكسوا العمليّات بالمعادلة وطرحوا 4 من 16 وقسّموا $12/3=4$.

ومنهم من استعمل طريقة الخطأ والصواب والقسم المتبقّي ، هؤلاء لم يستطيعوا حلّ المعادلة . وقسم قليل أظهر تقدّم بعد التعليم .

الموادّ المستعملة لحلّ المعادلة : $5x+4=24$

*** استعمال طريقة الموازنة لإيجاد الحلّ :**

وضع طلاّب 5 أكؤس على الطاولة وقالوا : إنّ x يساوي كأسًا بيضاء ، وبعدها $5x$ ، ثمّ وضعوا بجانب ذلك 4 أزرار صفراء ومقابل ذلك 24 زرًا أصفر وأخذ من كلا الطرفين 4 ، وقسّموا $20/5=4$.

*** ملاءمة الجواب ، استراتيجيّة عمليّة مع استعمال الموادّ :**

وضع الطلاّب 5 أكؤس فارغة على الطاولة ووضع 4 أزرار في كلّ منها ، وقالوا : 4 أزرار خارج الأكؤس . وهكذا نحصل على 24 . وقسم آخر منهم كوّنوا مجموعة من 24 زرّا وأخذوا 4 أزرار وقسّموا الباقي إلى 5 مجموعات ، فيكون بكلّ مجموعة 4 أزرار .

* لقد وجد بعض الطلاّب أنّ $x=4$ بطريقة حسابيّة وشرحوا ذلك بطريقة شفهيّة ، كأنّه يستعمل وسائل محسوسة ، إذ قالوا : نأخذ من الطرفين 4 ويبقى لنا 20 ، أي $5x=20$ وتقسم على 5 ، فنحصل على $x=4$. لقد حلّ المعادلة عدد قليل من الطلاّب باستعمال الموادّ المحسوسة بالبداية ، لكن بعد تعلّمهم وتعرّضهم لهذا الأسلوب ازداد عدد الطلاّب الذين استعملوا الأدوات المحسوسة .

مفهوم الطلاب لاستعمال الموادّ :

لقد سئل الطلاّب بعد استعمال الموادّ المحسوسة في حلّ المعادلات الخطّيّة : هل كان استعمال هذه الموادّ مفيداً ؟ 10 طلاّب أجابوا بالإيجاب ، 4 آخرون بأنّه بدل أن نحفظ الأعداد في الذاكرة يمكن استعمال أزرار وبعد ذلك كتابة على الورقة .

30 طالبًا شعروا أنّ استعمال الموادّ المحسوسة غير مُجْدٍ ، منهم من أجاب : «هذا ليس جيّداً» (أي استعمال الموادّ) ، ومنهم من قال : إنّه من الأسهل له استعمال التفكير الذهنيّ ، لأنّ استعمال الوسائل المحسوسة قد يعقّد الأمور .

نقاش :

لقد تبيّن من خلال التساؤلات التي عرضناها بالبداية أنّ تأثير الموادّ المحسوسة على فهم الطالب للتعابير والمعادلات الخطيّة والاستراتيجيّات لحلّ المعادلات كان واضحًا .

لقد كان التركيز على عاملين :

1. كوّن الطلاب طريقة تفكير (فهمهم للمتغيّر واستراتيجيّة أوّليّة لحلّ معادلات خطّيّة) .

2. قدرة الطالب بتمثيل المتغيّر والمعادلات بواسطة وسائل محسوسة وحلّ المعادلات بنفس الموادّ عند توجيه الطالب لذلك .

لقد صنّفت إجابات الطلاّب إلى نوعين ، ناجحة وغير ناجحة (تؤدّي إلى حلّ صحيح للمعادلة) . هذا يظهر في الجدول التالي ، **جدول رقم** (2) :

إجابات قبل التعليم	n=70	إجابات بعد التعليم

الطريقة التفكيريّة :

معنى المتغيّر بالتعبير $(2x+3)$

أيّ عدد	35	أي عدد	24
عدد غير معروف	25	عدد غير معروف	46
شيء ما	5		
لا أعرف	5		

حلّ معادلة ، استراتيجيّات أوّليّة $3x+4=19$

حلول ناجعة :

بطريقة تفكير عكسيّ	35	بطريقة تفكير عكسيّ	44
طريقة الخطأ والصواب	11	الخطأ والصواب	4
طريقة استعمال المواد	2		

حلول غير ناجعة :

حساب ذهني	20	حساب ذهنيّ	19
استعمال الموادّ	2/70	استعمال الورق	3/70

طريقة استعمال الوسائل المحسوسة بعد التوجّه لذلك

تمثيل المتغيّر بالتعبير $3x+2$

تمثيل ناجع :

استعمال عناصر مختلطة (بدل x والأعداد)	14	عناصر مختلطة	16
استعمال أزرار مختلفة الألوان	12	أزرار مختلفة الألوان	12
استعمال العناصر (بدل x والأعداد)	4	كؤوس	14

تمثيل غير ناجع :

قيمة معيّنة	16		
وصف كلاميّ	12	وصف كلاميّ	12
بدون تمثيل	12/70	بدون تمثيل	4/70

تمثيل المعادلة :

تمثيل ناجع :

عناصر مختلطة	8	عناصر مختلطة	12
		أكؤس	7

تمثيل غير ناجع :

غير كامل	20	غير كامل	22
كلاميّ	15	كلاميّ	9
بدون جواب	27/70	بدون جواب	20/70

هل حسب رأيك استعمال المواد المحسوسة مفيد ؟

نعم 10

بعض الأحيان 35

تغييرات بنمط التفكير :

هنالك مفهومان للمتغيّر بالجبر (Usisken, 88) :

1. تعميم للعدد .
2. عدد غير معروف .

لقد تبيّن أنّه حدث تحوّل عند الطلاّب في فهم المتغيّر من فهمه ، كأنّه أيّ عدد إلى عدد غير معروف . أغلبيّة الاستراتيجيّات لحلّ المعادلة الخطّيّة كانت ناجعة مع استعمال قليل للموادّ المحسوسة .

خلال المقابلة الثانية أبدى الطلاّب موقفًا إيجابيًا معتدلاً لاستعمال الوسائل المحسوسة . هذا انعكس في الاستراتيجيّة التي استعملت بنجاح تامّ ، هي الطريقة التراجعيّة .

أمّا بالنسبة للتفكير المباشر عند الطالب ، فكان ازدياد في التمثيل الناجع للمتغيّر بعد اللقاءات (في التعبير $3x+5$) ، بينما لم ينعكس ذلك في التمثيل في حلّ المعادلات .

عندما طلب من الطلاّب تمثيل معادلة ، كانت الإجابة الأولى للطلاّب حلّ المعادلة عقليًا ، استعمال الأسلوب التراجعيّ . هذا منع استعمال موادّ محسوسة لحلّ المعادلات ، وبعض الطلاّب رأى في ذلك عقبة أمامه لإيجاد الحلّ . حتّى أنّ طلاّبًا ، عندما توجّهوا لاستعمال الموادّ المحسوسة ، تحوّلوا من تمثيل ناجع في المرحلة الأولى إلى تمثيل غير ناجع في المرحلة الثانية .

الموادّ المحسوسة والجبر :

إذا استعملت الموادّ المحسوسة بشكل جيّد لحلّ معادلات خطيّة ، فمن المنطق أنْ نتوقّع أنّ استعمال هذه الموادّ مُجْدٍ ، أي أنّ الطالب يبدأ ومن ثمّ إلى حلّ المعادلة .

قد تبدو هذه النتائج ، وهي أنّ إجابة الطالب تشير إلى علاقة غير قويّة بين تمثيل محسوس ورمزيّ ، مناقضة للنتائج التي حصل عليها (Rayne, Rathmell, 75, Hieber, 88 , Bloomer, Carlson, 93) بين التمثيل المحسوس والرموز .

هنا يُطرَحُ السؤال : لماذا هنالك فجوة كهذه ؟ هنالك عدّة عوامل ، منها استعمال موادّ محسوسة لتمثيل مصطلحات بسيطة ، حيث يمكن التعامل معها بدون استعمال موادّ

محسوسة . من المحتمل أنّ الطالب يستبعد ذلك أو كادّعاء Thompson, 88 أنّ تجريد الجبر يؤدّي إلى أنْ يكون استعمال المواد المحسوسة بشكل ارتجاليّ ، أي يكون معقّداً واستعمال طريقة الرموز والحلّ الذهنيّ أسهل للطالب .

يمكن تفسير الفجوة بين الموادّ المحسوسة والتمثيل الرمزيّ بالعبء الفكريّ على الطالب أنْ يستعمل الموادّ المحسوسة . كذلك عدم فهم الوسائل المحسوسة قد يعرقل فهم المادّة (Boulton 93a) .

استخلاصات :

إذا أردنا أنْ نلخّص ما توصّلنا إليه في هذا البحث ، فنقول : إنّ استعمال الموادّ المحسوسة يجب أنْ يكون مدروساً وليس عشوائيًا . كذلك يشعر الطالب بضرورة ذلك وحاجته إليه ؛ فإذا كانت عند الطالب القدرة لحلّ معادلة بدون استعمال ودون الحاجة للموادّ المحسوسة ، فلا داعي لذلك .

ثبت المصادر والمراجع :

1. Booth, Lesley R. (1987): **Equations revisited**. In: J. C. Bergeron, Nicolas Herscovics, & Carolyn Kieren (Eds.) Proceedings of Psychology of Mathematics Education XI, Vol. (pp. 282-288). Montreal

2. Booth, Lesley R. (1988): **Children's difficulties in beginning algebra**. In: Arther, Coxford & Albert p. Shulte (Eds.), The ideas of algebra, K-12 (pp. 20-32). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

3. Boulton-Lewis, Gillian M, & Halford, Graeme S. (1992): **The processing loads of young children's and teachers' representations of place value and implications for teaching**. Mathemaics Educations Research Journal, 4(1), 1-23.

4. Boulton-Lewis, Gillian M. (1993a): **An assessment of the processing load of some strategis and rep-resentations for subtraction used by teachers and young childern**. Journal of Mathematical Behavior, 12(4), 387-409.

5/ Davis, Robert B. (1988): **The interplay of algebra, Geometry and logic**. Journal of Mathematical Behavior, 7, 9-28.

6. Kieran, Carolyn (992): **The learning and of school algebra**. In: Dougla A. Grouws (Ed.), The handbook of research om mathematics teaching and learning (pp. 390-419). New York: Macmillan & National Council of Teachers of Mathematics.

7. Hiebert, James (1988): **A theory of developing competence with written mathematical symbols**. Educational Studies in Mathematics, 9, 333-355.
8. Payne, Joseph N., & Rathmell, Edward C. (1975): **Number and numeration**. In: Joseph N. Payne (Ed.), Mathematics Learning in early childhood (37th Yearbook, pp. 125-160). VA: National Council of Teachers of Mathematics.
9. Rosnick, Peter , & Clements John (1980): **Learning without understanding: the effect of tutoring strategies on algebra misconceptio**. Journal of Mathematical Behavior, 3(1), 3-27.
10. Sowell, Evelyn J. (1989): **Effects of manipulative materials in mathematics instruction**. Journal for Research in Mathematics Education, 20(5), 498-505.
11. Thompson, Frances M. (1988): **Algebratic instruction for the younger child**. In: Arther Coxlord & Albert P. Schulte (Eds.), Ideas of algebra, K-12 (1988 Yearbook, pp. 69-77). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
12. Usiskin, Zalman (1988): **Conceptions of school algebra and uses of variables**. In: Arther Coxlord & Albert P. Schulte (Eds.), Ideas of algebra, K-12 (1988 Yearbook, pp. 8-19). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.